

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ – 16.12.2017 г.

16.12.2017 г.

ТЕМА ЗА X КЛАС

Задача 1. Графиките на функциите $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = 1 + x$ се пресичат в точките A и B . Графиката на $f(x)$ е парабола с връх точка $V(2, 5; -0, 25)$ и минава през точка $M(0; 6)$.

а) Намерете стойностите на коефициентите a , b и c .

б) Намерете лицето на триъгълник ABV .

(7 точки)

Задача 2. Точка P е от вътрешността на $\triangle ABC$. През нея са построени права $a \parallel BC$, права $b \parallel AC$ и права $c \parallel AB$. Ако лицата на триъгълниците, получени от тези прави и страните на $\triangle ABC$ са s_1 кв. см, s_2 кв. см и s_3 кв. см, намерете лицето на $\triangle ABC$.

(7 точки)

Задача 3. а) Намерете сбора на целите числа, които са решения и на двете неравенства:

$$\frac{|2x^2 + 5x - 4|}{x^2 + 1} \geq 1 \text{ и } \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4x + 3} \leq 0$$

б) Намерете стойностите на реалния параметър m , за които е изпълнено $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \leq 2$, където x_1

и x_2 са реалните корени на уравнението $(m-2)x^2 - 6mx + 2 = 0$

Време за работа – 4 астрономически часа.

За областен кръг се класират учениците, получили не по-малко от 70% от общия брой точки.

Желаем ви успех!