

## Курсова работа 1

### Линейни действия със свободни вектори. Векторни пространства. Базис и координатни системи.

1. Да се докаже, че радиус-вектора на пресечната точка на диагоналите на произволен успоредник е средно аритметичен на радиус-векторите на върховете му.
2. Докажете, че точките, симетрични на дадена точка относно средите на страните на произволен пространствен четириъгълник са върхове на успоредник.
3. Установете за всяка от следните системи вектори дали е линейно зависима или независима: а)  $(1, 1, -1), (2, 0, 3), (-1, 2, 4)$ ; б)  $(1, -2, 3), (-2, 1, 0), (8, -7, 6)$ .

4. Докажете, че множествата:

$$H = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x - 2y + 3t = 0, z + t = 0\}$$

$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & a+b \\ a-b & b \end{pmatrix} / a, b \in \mathbb{R} \right\}$  са векторни пространства. Намерете размерностите им и посочете по една тяхна база.

5. Нека  $MNP$  е триъгълник, а точките  $A, B, C$  и  $D$  са определени от равенствата:  $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MN} - 4\overrightarrow{MP},$   
 $\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MN} + 2\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN} - 3\overrightarrow{MP}$ . Докажете, че правите  $AB$  и  $CD$  се пресичат и намерете координатите на пресечната точка  $E$  относно координатна система с начало точката  $M$  и координатни вектори  $\overrightarrow{MN}$  и  $\overrightarrow{MP}$ .