



ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА  
2017 – 2018 г.

*IV клас*

**Зад. 1**

А) Пресметни израза  $A = (804 - 128) : 4 + (126.5 + 126)$ .

Б) Намислих едно число. Умножих го с 3. Към резултата прибавих 9 и получих най-малкото трицифрено число с различни цифри. Кое число намислих?

**7 точки**

**Зад. 2**

Ако намалим три пъти страната на квадрат с обиколка 360 мм, ще получим ширината на правоъгълник с обиколка 220 мм. Намерете дължината на правоъгълника в сантиметри и го начертайте в действителни размери.

**7 точки**

**Зад. 3** В понеделник Пипи, Томи и Аника влезли в сладкарския магазин, пред който голяма група деца гледали лакомствата на витрината.

а) Пипи купила 18 кг бонбони. От тях три килограма от зелените, три килограма желирани малини и три килограма черни сладки пръчки. Колко килограма от другите видове бонбони е купила Пипи?

б) Пред магазина е имало общо 23 деца с Томи и Аника.

Пипи купила 60 захарни пръчки, 72 пакета дъвки и 103 шоколадови пури за всички деца. Колко захарни пръчки, колко пакета с дъвки и колко шоколадови пури са останали за Пипи, като знаете, че тя е раздала на всяко дете по 2 захарни пръчки, по 3 пакета дъвки и по 4 шоколадови пури.

в) Ако във вторник Пипи изяла 3 захарни пръчки повече от изядените в понеделник, а в сряда изяла 5 пръчки, ще ѝ останат 2 пръчки за четвъртък. Колко захарни пръчки е изяла Пипи в понеделник?

**7 точки**





ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА  
2017 – 2018 г.

V клас

**Зад.1** В една зоологическа градина **слонът** получава дневно за храна  $131\text{ kg}$  сено,  $9\frac{15}{16}\text{ kg}$



ръжен хляб,  $9\frac{1}{4}\text{ kg}$  бял хляб,  $21\frac{1}{2}\text{ kg}$  варени картофи,  $13\frac{1}{4}\text{ kg}$

зеленчуци и  $\frac{1}{16}\text{ kg}$  захар, а **камила** -  $10\text{ kg}$  сено,  $2\frac{3}{4}\text{ kg}$  овес,



$2\frac{7}{8}\text{ kg}$  ечемик,  $2\frac{9}{20}\text{ kg}$  плодове и  $\frac{1}{20}\text{ kg}$  сол.

- Колко килограма храна дневно получава слонът?
- Колко килограма храна дневно получава камилата?
- Кой от двамата получава повече храна и с колко?

7 точки

**Зад.2** Четирима приятели - Антон, Дарин, Камен и Милко карат велосипедите си по кръгла писта в една и съща посока, като тръгват едновременно от старта. Антон прави една обиколка за 12 минути, Дарин – за 15 минути, Камен – за 30 минути, а Милко – за 45 минути. Да се намери:



- в колко часа ще се настигнат за първи път и четиримата приятели, ако стартират в 11 часа и 15 минути;
- колко обиколки прави всяко момче между две настигания.

7 точки

**Зад.3** Квадрат и равностраничен триъгълник имат равни обиколки, които са по-малки от най-голямото двуцифрено число. Дължината на страната на едната фигура е по-голяма от дължината на страната на другата фигура с толкова сантиметра, колкото е най-голямото едноцифрено просто число. Да се намерят дължините на страните на квадрата и на равностраничния триъгълник.

7 точки

Време за работа - 4 часа.

Желаем Ви успех!



ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА

2017 – 2018 г.

VI клас

**Зад.1** За Коледа телефон се предлага на цена 512 лв., която е с 20% по-ниска от редовната цена. За нова година е направено ново намаление на цената с 10%.

- А) Колко е струвал телефонът преди намаленията?
- Б) Каква е цената за нова година и колко процента е общото намаление?
- В) С колко процента е необходимо да се увеличи новогодишната цена на телефона до получаване на редовната цена (с точност до цяло число)?

**7 точки**

**Зад.2** Аквариумът на Ани е с форма на права четириъгълна призма с размери на основата 52 cm и 40 cm. Аквариумът побира 65,312 L вода. Ани пълни аквариума с цилиндрична кофа с диаметър 20 cm и височина 26 cm. Намерете:

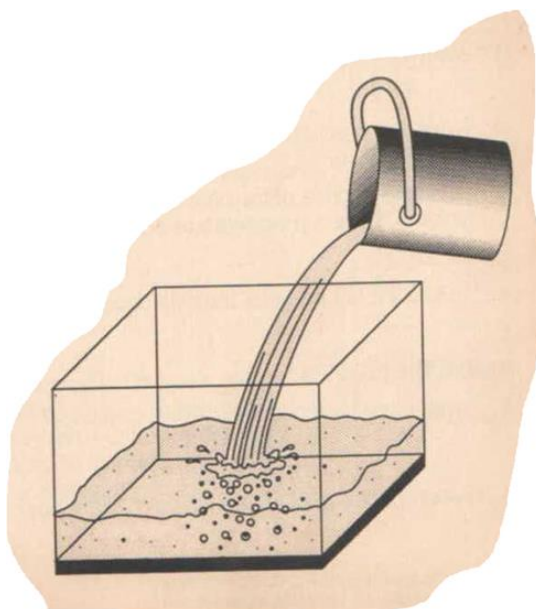
- а) Височината на аквариума;
- б) Колко кофи с вода трябва да излее Ани, за да се напълни целия аквариум;
- в) Колко сантиметра достига нивото на водата в аквариума, ако Ани е изляла 2 пълни кофи вода?
- г) Колко квадратни метра стъкло е употребено за направа на аквариума?

**7 точки**

**Зад.3** За домашна работа на ученици от 6 клас са зададени две задачи – да решат тест по математика, на който може да получат максимално 60 точки и да изработят модел на правилна шестоъгълна пирамида, за който може да получат максимално 40 точки. Иван изработил пирамида с основен ръб 12 mm, апотема на основата 1 cm и апотема на пирамидата 2 dm. Стефан изработил пирамида с околна повърхнина  $52,5 \text{ cm}^2$ , апотема на основата 3 cm и апотема на пирамидата 5 cm.

- а) Кой от двамата е използвал повече картон за изработване на своята пирамида и защо?
- б) На теста Иван има 30 т., а Стефан 33 т. Точките от изработената пирамида са съответно – на Иван 22 т., на Стефан 26 т. Колко процента е успеваемостта на Иван и Стефан на всяка от двете поставени задачи? Кой от двамата е постигнал най-висок процент успеваемост и на коя задача?

**7 точки**





ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА 2017 – 2018 г.

VII клас

**Зад.1**

1.1. Извършете действията и приведете в нормален вид:

$$(-1 - x)^2 - 2(2x + 1)(1 - 2x) - \frac{1}{2}(4x + 6)$$

1.2. Докажете тъждеството:  $x(x + 3)(x - 3) - (x - 2)(x^2 + 2x + 4) + 1 = 9(1 - x)$

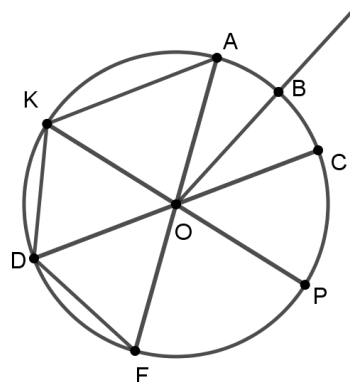
1.3. Разложете на множители рационалните изрази:  $A = x^2 + 2x + 1 - 9y^2$  и

$$C = (ab + bc + ac)(a + b + c) - abc$$

1.4. Даден е израз:  $\frac{|x+1|}{-2} - 2|-x-1| + \frac{1}{2}|1+x|$ . Пресметнете числената му стойност за  $x = -\frac{1}{2}$ .

**7 точки**

**Зад.2** Точките  $A, C, P, F, D$  и  $K$  лежат на една окръжност и са такива, че  $AF, DC$  и  $KP$  са диаметри, а точките  $D$  и  $K$  разделят полуокръжността на три равни части. Лъчът  $OB$  е ъглополовяща на  $\angle AOC$ . Попълнете таблицата като запишете в дясната колона на таблицата фигура, числов израз или отношение, които отговарят на условието вляво.



№	Условие	Фигура / числов израз / отношение
1.	Противоположният ъгъл на $\angle COP$ е:	
2.	Градусната мярка на $\angle DOF$ е:	
3.	Отношението на градусната мярка на $\angle DOA$ към градусната мярка на $\angle AOC$ е:	
4.	Градусната мярка на $\angle BOP$ е:	
5.	Съседният ъгъл на $\angle BOA$ е:	
6.	Ако отсечката $KP=8$ см, дължината на окръжността е:	
7.	Посочете поне един тъпоъгълен, равнобедрен триъгълник, върховете на който са точки от окръжността	

**7 точки**

**Зад.3** В  $\triangle ABC$  точката  $D$  е вътрешна за отсечката  $AB$ , а точката  $K$  лежи на лъча  $AC$  така, че  $C$  е между  $A$  и  $K$ , като  $\angle BCK = \angle DCA$ .

А) Да се докаже, че  $\angle ACB$  е тъп.

Б) През точка  $D$  е построена права, успоредна на  $BC$  и пресичаща  $AC$  в точка  $M$ . Да се докаже, че ако  $2\angle CAB + 3\angle CBA = 180^\circ$ , то  $BM$  е ъглополовяща на  $\angle ABC$ .

**7 точки**

Време за работа - 4 часа.

Желаем Ви успех!



ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА  
2017 – 2018 г.

VIII клас

**Зад. 1**

От 10 момчета и 15 момичета трябва да се избере представителна група от 8 ученици. По колко различни начина може да стане това във всеки от следните случаи?

- а) В групата да има по равен брой момчета и момичета.
- б) В групата да има повече момчета, отколкото момичета.

**7 точки**

**Зад. 2**

Точката  $M$  е среда на страната  $BC$  на успоредника  $ABCD$ , а точката  $G$  е пресечната точка на  $AM$  и диагонала  $BD$ .

- а) Да се намери отношението  $\frac{BG}{GD}$

**3 точки**

- б) Ако  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$  и  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$  да се изразят векторите  $\overrightarrow{OM}$ ,  $\overrightarrow{AG}$  и  $\overrightarrow{DG}$  чрез векторите  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , където точката  $O$  е пресечната точка на диагоналите на успоредника.

**4 точки**

**Зад. 3** В една група 9 човека знаят само немски език, 12 човека знаят само английски език и 11 човека – само руски език. Шестима знаят немски и английски език и трима знаят руски и английски език. По колко начина може да се избере екип от трима човека, които знаят и трите езика.

**7 точки**

*Време за работа - 4 часа.*

*Желаем Ви успех!*



ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА  
2017 – 2018 г.

IX клас

**Зад. 1**

Решете уравненията:

а)  $\frac{4-x}{x+1} - \frac{x-1}{1-2x} = \frac{x^2-23}{2x^2+x-1}$ ;

б)  $|7 - |x^2 + x|| = 5$

**Зад. 2**

Даден е  $\angle POQ = 120^\circ$  и т.  $M$  вътрешна за ъгъла. От нея са спуснати перпендикуляри към раменете на ъгъла и неговата ъглополовяща. Ако петите на перпендикулярите са означени с  $A$ ,  $B$  и  $C$ , да се докаже, че триъгълник  $ABC$  е равностранен.

**7 точки**

**Зад. 3.**

Дадено е квадратното уравнение  $2x^2 + (m^2 + 2m - 4)x - 2m^2 - 4m = 0$ , където  $m$  е реален параметър.

а) Да се докаже, че квадратното уравнение има реални корени за всяка стойност на параметъра  $m$ ;

б) Да се намерят стойностите на параметъра  $m$ , за които е изпълнено равенството:

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{4m^3 + 21}{4}.$$

**7 точки**

*Време за работа - 4 часа.*

*Желаем Ви успех!*



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

РЕГИОНАЛНО УПРАВЛЕНИЕ НА ОБРАЗОВАНИЕТО – МОНТАНА

ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА

2017 – 2018 г.

**X клас**

**Зад. 1.** Да се реши неравенството:  $x - 1 \leq \frac{x - 1}{x^2 - 8x + 16}$

**7 точки**

**Зад. 2.**

Дадено е уравнението  $x^2 - (a + 1)x + a^2 - a - 2 = 0$ , където  $a$  е параметър.

- а) При кои стойности на параметъра  $a$  уравнението има реални корени?
- б) Ако  $x_1$  и  $x_2$  са реалните корени на уравнението, да се намерят най-голямата и най-малката стойност на израза  $M = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1 - 3x_2 + 4$ .

**7 точки**

**Зад. 3.**

В трапеца  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$ ) ъглополовящата на  $\Delta ABC$  е перпендикулярна на бедрото  $AD$  и го пресича във вътрешна точка  $M$ , като  $AM = 3DM$ .

- а) Да се намери отношението на лицата на триъгълника  $ABM$  и четириъгълника  $BCDM$ .
- б) Нека  $AM = 6\text{ cm}$ ,  $BM = 8\text{ cm}$ ,  $MH \perp AB$  ( $H \in AB$ ) и точка  $E$  е среда на отсечката  $MH$ . Ако правите  $AE$  и  $BM$  се пресичат в точка  $N$ , да се намери дължината на отсечката  $MN$ .

**7 точки**

*Време за работа - 4 часа.*

*Желаем Ви успех!*



ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА  
2017 – 2018 г.

**XI клас**

**1. Зад.**

Общият член на числова редица е  $a_n = 3n + b$ . Пресметнете сумата на членовете на редицата с четни номера от 30 до 50 включително, ако  $b$  е равно на броят на числата, които трябва да напишем между 20 и 80 така, че да получим аритметична прогресия с първи член 20 и последен член 80, а частното на втория и предпоследния член на тази прогресия да е равно на  $\frac{1}{3}$ .

**7 точки**

**2. зад.** Градусните мерки на вътрешните ъгли при върховете  $A_1, A_2, \dots, A_n$  на изпъкналия многоъгълник  $A_1A_2 \dots A_n$  образуват, в посочения ред, аритметична прогресия с разлика  $d = 10^\circ$ . Ако най-малкият от посочените ъгли е  $100^\circ$ , да се пресметне броят на върховете на многоъгълника. Да се покаже пример, че съществува такъв многоъгълник.

**7 точки**

**3. зад.** В равнобедрен триъгълник  $ABC$  ( $AC=BC$ ) с лице 12, дължините на височината към основата, бедрото и основата образуват в този ред аритметична прогресия. Да се намери радиуса на описаната около триъгълника окръжност и ъгъла между медианата и височината към бедрото.

**7 точки**

*Време за работа – 4 часа.*

*Желаем Ви успех!*





ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА  
2017 – 2018 г.

**ХII клас**

**Зад.1.** Даден е куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ръб  $AB = \sqrt{3}$  ( $ABCD$  е основа, а  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  и  $DD_1$  са околни ръбове). Да се намери ъгълът и разстоянието между  $AC$  и  $BC_1$

**7 точки**

**Зад.2.** Да се намерят стойностите на реалния параметър  $m$ , за които уравнението  $(x^2 - 2x + 2)^2 - m(x^2 - 2x + 2) + 3 = 0$  има 4 различни реални положителни корена.

**7 точки**

**Зад.3** Да се намерят:

- а) Локалните екстремуми на функцията  $\varphi(t) = t^4 + 4t^3 - 8t^2$ ;  
б) Най-голямата и най-малка стойност на функцията  $f(x) = 2^{-4\cos x} + 2^{2-3\cos x} - 2^{3-2\cos x}$ .

**7 точки**

*Време за работа – 4 часа.*

*Желаем Ви успех!*