СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“– СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

5 декември 2015 г.

Тема за 8–9 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 24.12.2015 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

1. Едната страна на правоъгълник с периметър 60 е два пъти по-дълга от другата страна. Лицето на правоъгълника е равно на:

А) 100 Б) 150 В) 200 Г) 250

2. Броят на естествените числа между 2000 и 4000, които се делят едновременно на 9 и 12 е равен на:

А) 46 Б) 56 В) 66 Г) 76

3. Броят на различните решения на уравнението

$$|||x| + 2016| - 2015| = 1$$

е равен на:

А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4

4. На Новогодишна разпродажба в книжарница книгите се продават с 20% намаление. Петър използвал купон и купил книга на $\frac{3}{4}$ от намалената цена, като платил 9 лв. Колко лева е оригиналната цена на книгата, купена от Петър?

А) 10 Б) 15 В) 20 Г) 25

X **5.** Нека a, b, c са реални числа, за които $a \neq b$ и е изпълнено равенството

$$a^2(b + c) = b^2(a + c) = 2015.$$

Числото $c^2(a + b)$ е равно на:

А) −2015 Б) 0 В) 2000 Г) 2015

6. Нека ABC е остроъгълен триъгълник с $\sphericalangle BAC = 45°$, D е петата на височината през върха C и P е вътрешна точка за височината CD, за която $AP = BC$. Ъгълът между правите AP и BC равен на:

А) 30° Б) 45° В) 60° Г) 90°

x **7.** Сумата на естествените числа k, за които числото $10+k$ дели числото $10+k^2$ е равна на:

А) 128 Б) 138 В) 148 Г) 158

8. Нека p и q са взаимнопрости естествени числа и $d > 1$ е общ делител на числата $3p - q$ и $5p + 2q$. Числото d е равно на:

А) 5 Б) 7 В) 11 Г) 19

9. Върху страните AB и AD на успоредник $ABCD$ са взети съответно вътрешни точки E и F. Нека K е пресечната точка на отсечките DE и FC, L е пресечната точка на отсечките DE и BF, и M е пресечната точка на отсечките FB и EC. Отношението

$$\frac{S_{EML} + S_{DKC}}{S_{FLK} + S_{MBC}}$$

е равно на:

А) 1 Б) 2 В) $\frac{1}{2}$ Г) $\frac{1}{3}$

X **10.** Ако p, $3p+2$, $7p+6$, $9p+8$ и $11p+10$ са прости числа, то числото $6p+11$ е:

А) просто Б) съставно

В) точен квадрат Г) кратно на 11

11. Нека ABC е правоъгълен триъгълник с $\sphericalangle ACB = 90^o, \sphericalangle BAC = 30^o$ и хипотенуза $AB = 10$. Нека D е вътрешна точка за триъгълника, за която $\sphericalangle BDC = 90^o$ и $\sphericalangle ACD = \sphericalangle DBA$. Ако E е пресечната точка на правите AB и CD да се намери дължината на отсечката AE.

5

X **12.** Да се намери броят на двойките естествените числа (x, y), за които числото $\dfrac{xy^2}{x+y}$ е просто.

1

13. На колко най-много нули може да завършва число от вида $3^n+1, n = 1, 2, \ldots$. 1

14. Да се намери най-голямото естествено число k, за което съществува естествено число n такова, че всички числа

$$(n+1)2^n, (n+2)2^{n+1}, \ldots, (n+k)2^{n+k-1}$$

са точни квадрати. 2

15. Да се намери броят на естествените числа, чиято разлика с произведението на цифрите им (в десетичния запис) е равна на сумата на цифрите им.

9