



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 2 февруари 2016 г.

ТЕМА ЗА 8 КЛАС

Задача 1. Намерете стойностите на реалния параметър $a > 1$, за които уравнението $\|x - a| - |x - 1|\| = 2016$ има реални корени. Ако a_0 е най-малката стойност на a , при която уравнението има реални корени, да се пресметне стойността на израза $A = \sqrt{B+1}$, където $B = \sqrt{14 \cdot (a_0 - 1)}$.

Задача 2. Даден е $\triangle ABC$, в който $\sphericalangle ACB = 60^\circ$ и $BC > CA$. Точките A_1 и B_1 , съответно върху страните BC и CA , са такива, че $AA_1 \perp BC$ и $BB_1 \perp CA$. Точката P е пресечната точка на правите A_1B_1 и AB , като $\sphericalangle A_1PB = 30^\circ$.

а) Да се намерят ъглите на дадения триъгълник.

б) Точките M и N , съответно върху страните CA и AB , са такива, че $A_1M \perp CA$ и $A_1N \perp AB$. Да се намери $\sphericalangle SA_1N$, ако S е пресечната точка на правите MN и BB_1 .

Задача 3. Върху черната дъска са записани естествените числа от 1 до 10 включително. Избираме две числа x и y от дъската, изтриваме ги и на тяхно място записваме числото $\varphi(x+y)$, където φ е функцията на Ойлер (т.е. $\varphi(k)$ е броят на естествените числа, ненадминаващи k , които са взаимно прости с k ; например, ако p е просто число, то $\varphi(p) = p-1$). Извършваме описаната операция, докато на дъската остане едно число. Намерете възможно най-малката стойност на последното число.

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа 4 часа.

Пожелаваме Ви успех!